IV Wojewódzki Konkurs

Przygoda z Matematyką

dla klas II i III gimnazjów

1. Dane są dwa okręgi o wspólnym środku i różnych promieniach. Jeżeli znana jest długość cięciwy większego okręgu stycznej do mniejszego okręgu, to można obliczyć:

    a) promień większego okręgu,

    b) pole pierścienia kołowego utworzonego przez te okręgi,

    c) pole koła o promieniu równym promieniowi mniejszego okręgu,

    d) mamy zbyt mało danych, aby obliczyć jedną z wielkości z podpunktów a), b), c).

2. Wiadomo, że $a + b + c = 0$. Wówczas spełniony musi być warunek:

    a) $ab + bc + ca > 0$,

    b) $ab + bc + ca = 0$,

    c) $ab + bc + ca \leqslant 0$,

    d) $ab + bc + ca \geqslant 0$.

3. Dany jest prostokąt $ABCD$. Niech punkt E bdzie środkiem boku BC, a punkt F środkiem boku CD. Trójkąt AEF ma pole $30cm^2$. Zatem pole prostokąta $ABCD$ wynosi:

    a) $75cm^2$,

    b) $80cm^2$,

    c) $60cm^2$,

    d) $90cm^2$.

4. Liczby $a, b, c > 0$ spełniają układ równań:

$$\begin{cases} \frac{c}{a+b} = 2 \\ \frac{c}{b-a} = 3 \end{cases}$$

    Wtedy:

    a) $a > b > c$,

    b) $a < b < c$,

    c) $b < a < c$,

    d) $b > c > a$.

5. Liczbę a powiększono o $p\%$, a następnie otrzymaną liczbę znów powiększono o $p\%$. Otrzymano liczbę większą od a o:

   a) $2p + \frac{p^2}{100}\%$,
   b) $2p + \frac{p^2}{1000}\%$,
   c) $p + \frac{2p^2}{100}\%$,
   d) $2p + \frac{2p^2}{100}\%$.

6. Zdaniem fałszywym jest zdanie:

   a) Liczba 4 dzieli różnicę kwadratów dwóch dowolnych liczb parzystych.
   b) Liczba $n^3 - n$ jest podzielna przez 6 , gdzie n oznacza dowolną liczbę całkowitą.
   c) Różnica kwadratów dwóch niepodzielnych przez 3 liczb całkowitych jest zawsze podzielna przez 3.
   d) Liczba 5 jest dzielnikiem liczby n^3-n, gdzie n oznacza dowolną liczbę nieparzystą.

7. Wartość ułamka

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \sqrt{2}}}}}}$$

   a) jest równa $\sqrt{2}$,
   b) jest mniejsza od $\sqrt{2}$,
   c) jest większa od $1 + \sqrt{2}$,
   d) jest równa $1 + \sqrt{2}$.

8. Liczba a stanowi 20% liczby b, a liczba c stanowi 30% liczby b. Liczba b stanowi więc:

   a) 50% liczby $a + c$,
   b) 200% liczby $a + c$,
   c) 250% liczby $a + c$,
   d) 500% liczby $a + c$,.

9. Pięć różnych prostych może dzielić płaszczyznę na:

   a) 17 części,
   b) 13 części,
   c) 11 części,
   d) 5 części.

10. Liczbę naturalną k nazywamy liczbą doskonałą, jeśli jest ona równa sumie wszystkich swoich dzielników mniejszych niż k. Niech k będzie liczbą doskonałą. Wówczas:

   a) zbiór wszystkich dzielników liczby k może być trzyelementowy,

   b) liczba k może być liczbą pierwszą,

   c) liczba k musi mieć dokładnie jeden dzielnik będący liczbą pierwszą,

   d) liczba k musi mieć co najmniej cztery dzielniki.

11. Niech $n! = 1 \cdot 2 \cdot \cdot 3 \ldots \cdot n$, gdzie $n \in \mathbb{N}$. W zapisie dziesiętnym liczby $30!$ na końcu wystąpi:

   a) przynajmniej 10 zer,

   b) dokładnie 9 zer,

   c) dokładnie 8 zer,

   d) mniej niż 8 zer.

12. O liczbie naturalnej n wiadomo, że:

   - jest podzielna przez 8,
   - suma jej cyfr wynosi 7,
   - iloczyn jej cyfr wynosi 6.

   Zatem:

   a) liczba n może być trzycyfrowa,

   b) są przynajmniej trzy liczby spełniające powyższe warunki,

   c) liczba n musi być podzielna przez 16,

   d) liczba n może być podzielna przez 6.

13. Zdaniem prawdziwym jest zdanie:

   a) Jeśli liczby $7k$ i $11k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.

   b) Jeśli liczby $6k$ i $11k$ są liczbami całkowitymi, to k może być liczbą postaci $\frac{p}{q}$, gdzie $NWD(p, q) = 1$ oraz $q \neq -1$, $q \neq 0$, $q \neq 1$.

   c) Jeśli liczby $6k$ i $12k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.

   d) Jeśli liczby $10k$ i $8k$ są liczbami całkowitymi, to k też musi być liczbą całkowitą.

14. Nie istnieje wielokąt foremny wypukły, w którym:

a) liczba osi symetrii jest równa liczbie jego przekątnych,

b) liczba osi symetrii jest dwukrotnie większa od liczby jego przekątnych,

c) liczba osi symetrii jest dwukrotnie mniejsza od liczby jego boków,

d) liczba osi symetrii jest równa liczbie jego boków.

15. Wśród liczb spełniających nierówność $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqslant 2$:

a) są wszystkie pary liczb nieujemnych,

b) jest para liczb różnych znaków,

c) są tylko pary liczb dodatnich

d) jest nieskończenie wiele par liczb ujemnych,